Zahlenreihen

Sammlung von weit *über*

100

Beispiele

Höheres Niveau für Studenten

Text Nr. 51206

2. August 2021

FRIEDRICH W. BUCKEL

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

https://mathe-cd.de

DEMO

Vorwort

Weitere Texte zu diesem Thema

40050	Reihen
40100	Sammlung von Summenformeln für Bruchreihen
40101	Sammlung von Beispielen aller Art, teils höheres Niveau
51205	Methodensammlung zur Untersuchung von Reihen

Der vorliegende Text enthält eine Sammlung von weit über 100 unendlichen Reihen mit erhöhten Anforderungen, wie sie im 1. und 2.Semester gestellt werden.

DEMO

Aufgaben

Die Aufgabenstellungen lauten: Untersuche ob die Reihe konvergiert.

Oder: Berechne den Grenzwert

(1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ (2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n^2+6n+1}{2n^3}$ (3) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{3n+1}$

(4) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n}{3n+1}$ (5) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{4n+1}$ (6) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{n}\right)^n$

(7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{-2}{n+5}$ (8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}$ (9) $\sum^{\infty}\frac{2}{\text{[illegible]}2n^2}$

(10) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+2}{5n^2-3}$ (11)

(15) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^3+2}$ (16) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{n^3+2}$ (17) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\text{[illegible]}n}{n^3+1}$

(18) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{n^3+n+1}$ (19) $\sum^{\infty}\frac{n}{\text{[illegible]}n+5}$ (20) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n+1}{n^3+5n}$

(21) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{k^2}{k^3+1}$ (22) $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k\text{[illegible]}}$

(25) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+1)^n}{n^{n-1}}$ (26) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{2n}}{n^{\left(n^2\right)}}$ (27) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n$

(28) $\sum^{\infty}\left(\frac{3n+5}{\text{[illegible]}}\right)^n$ (29) $\sum^{\infty}\left(\frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}2n+1}\right)^n$ (30) $\sum_{k=1}^{n}\left(1+\frac{1}{k}\right)^k$

(35) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(9n^2-2\right)^n}{(4n+1)^{2n}}$ (36)

(40) $\sum_{n=1}^{\infty}n\left(\frac{\text{[illegible]}}{3}\right)^n$ (41) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$ (42) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$

(43) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^{n^2}}$ (44) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^r}{2^n}$ (45) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^2+2^n}$

(46) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2^{n+1}}{(n+1)^n}$ (47) $\sum_{n=0}^{\infty}3^n\cdot\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2}$ (48) $\sum_{i=0}^{\infty}\frac{3^{k+1}}{5^k}$

(50) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{2^n+4^n}$ (51) $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{4^k}{2^k+4^k}$ (52) $\sum_{n=1}^{\infty}2^{2n+4}\cdot\left(\frac{n+1}{2n+3}\right)^{2n+5}$

DEMO

Alternierende Terme

(60) $\sum_{n=1}^{\infty}(-2)^{-n}\cdot n^2$

(61) $\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{1}{(-2)^k}$

(62) $\sum_{n=1}^{\infty}(-3)^n$

(63) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{3}\right)^n$

(64) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{n^3+1}$

(65) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{3n+1}$

(66) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\cdot\left(\frac{2+n}{4+n}\right)^{n^2}$

(67) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{n^n+1}$

(68) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\frac{n+1}{n^2+1}$

(69) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}\frac{n^4}{4^n}$

(70) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(n+1)}{(-3)^n}$

(71) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\left(\frac{2n+1}{3n-1}\right)^n$

(72) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+4}{n(n+1)}$

(78) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\left(1+\frac{a}{n}\right)^{n^2}$ a = ?

Pseudo [illegible]rnierende [illegible]ihen

(80) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1+(-1)^n}{n}$

(81) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}(-1)^n}$

(82) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+(-1)^n}{2^n}$

(83) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{2+(-\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}}$

(84) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot-\frac{\text{[illegible]}(-1)^n}{\text{[illegible]}}$

[illegible]zelterme

(100) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}$

(101) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$

(102) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$

(103) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{\text{[illegible]}\sqrt{n}}$

(104) $\sum_{n=0}^{\infty}\sqrt{\frac{n}{n^3+2}}$

(105) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$

(106) $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt[n]{5}$

(107) $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{n}+\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right]$

(108) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-\sqrt{n}}$

(109) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n^2+5}-n\right)$

(110) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)^n$

(111) $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{\sqrt{n+3}-\sqrt{n-3}}{\sqrt{n}}$

(112) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n^4+4}-\sqrt{n^4+2}\right)$

(113) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$

(114) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\cdot\frac{\sqrt{n}}{n+2}$

(116) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[n]{n}-1\right)^n$

(120) $a_n=\frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$

DEMO

Logarithmus-Terme

(130) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{1}{n}\right)$

(131) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1+\frac{1}{n})$

(132) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+\ln(n)}$

(133) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n^n)}$

(134) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

Terme mit Fakultäten

(140) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$

(141) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2}$

([illegible]2) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\text{[illegible]}0^k}{\text{[illegible]}}$

(143) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$

(144) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+n!}{(1+n)!}$

(145) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\text{[illegible]}}$

(146) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^3}$

(147) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\text{[illegible]}}{(2\text{[illegible]}}$

([illegible]8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 \cdot 3^n}{\text{[illegible]}}$

(149) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{n! \cdot n^n}{(2n)!}$

(150) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)\text{[illegible]}}{n!}$

(151) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n+n!}$

(152) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

(153) $\sum_{\text{[illegible]}0}^{\infty} \frac{\text{[illegible]})!}{(2n)^{\text{[illegible]}} \cdot \text{[illegible]}}$

(154) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{n^{n/2}}{n!}$

(155) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$, $\sum^{\infty} \frac{\text{[illegible]})}{\text{[illegible]}3n)!}$ und $\sum^{\infty} \frac{(\text{[illegible]})^4}{\text{[illegible]}n)!}$

(156) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2k+3}$

Terme mit sin/cos

(170) $\sum_{n=\text{[illegible]}}^{\text{[illegible]}} \frac{1}{\text{[illegible]}s\left(\frac{1}{n}\right)}$

(171) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(2n^2 \cdot \pi\right)}{n^2}$

(172) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n}$

(173) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\text{[illegible]}}{n^2}$

(174) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \cdot \cos(\pi n)}{n-1}$

(175) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(n \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{n}$

(176) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{2^n}$

(177) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\left(3k^2+\sin(k)\right)^2}$

(178) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \cos\left(\frac{n-1}{2n}\pi\right)$

DEMO

Terme mit Binomialkoeffizienten

(190) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\binom{2n}{n}}$

(191) $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}=2^{n}$

(192) $\sum_{k=0}^{n}(-1)^{k}\binom{n}{k}=0$

(194) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{k^{n}}\cdot\binom{3n}{n}$ k=?

Allerlei

(201) $s_n=\sum_{k=n}^{2n}\frac{1}{k}$

(201) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\cdot a_n\ ,\ \ a_1=1,\ \ a_{n+1}=\ln(a_n+1)$

(202) $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ mit $a_n=\begin{cases}-\frac{1}{n} & \text{falls n gerade}\\ 0 & \text{falls n ungerade}\end{cases}$

(210) $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k}}{\sum_{n=1}^{k}\frac{1}{n}}$

(211) $\sum_{n=2}^{\infty}\left(\sum_{m=2}^{\infty}\frac{1}{[illegible]}\right)$ (Berech[illegible]

DEMO

Aufsummierung mit geometrischen Reihen

(301) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2^{n+2}}{3^{n-1}}$

(302) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sqrt{2}^{n-1}}{2^{n+1}}$

(303) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{6^{n-1}}{3^{2n+1}}$

(304) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^{n+1}}{4^{2n}}$

(305) $\sum_{k=2}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^{3k-1}$

(306) $\sum_{(-2}(-1)^{k-1}\frac{1}{(-2)^{k}}$

(307) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5^{n}}$

(308) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{3^{k}}{4^{2k}}$

(309) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{3}{5}\right)^{2n+1}$

(310) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2^{n}}-\frac{1}{3^{n}}\right)$

(311) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+(-1)^{n}}{2^{n}}$

(312) $\sum^{\infty}\frac{(-2)^{n}}{[illegible]^{k+1}}$

Aufsummierung mit Partialbruchzerlegung

(400) $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k\cdot(k+3)}$

(401a) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{[illegible]}{n(n[illegible])}$

(401b) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(n-1)}$

(402) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+m)}$ mit m < n

(403) $\sum^{\infty}\frac{1}{(k+1)\cdot(k[illegible]3)}$

(404) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{(n+1)(n+5)}$

(405) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^{2}-1}$

(406) $\sum\frac{3}{n^{2}-n-2}$

(407) $\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{3^{k}}+\frac{1}{k(k+1)}\right)$

(408) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\cdot\frac{2n+1}{n(n+1)}$

(409) $\sum^{\infty}\frac{[illegible]}{8k^{2}-2}$

(420) $\sum^{\infty}\frac{1}{([illegible])(n+2)}$

Aufsummierung mit Taylorreihen

(500) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{([illegible])^{k}}{(2k[illegible])}\left([illegible]\right)^{[illegible]3}$

(501) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k}}{(2k+1)!}\left(\frac{\pi}{2}\right)^{2k}$

(502) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k}}{(2k)!}(2\pi)^{2k+3}$

(503) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{2^{k}}{k!}$

(504) $\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^{k}}{k!}$

(505) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{2n+1}}{(n-1)!}=?$

DEMO

Lösungen

DEMO

(1) Beweise, dass $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ konvergiert.

Die Konvergenz dieser Reihe wird bei vielen anderen Untersuchungen benötigt.

Man kann die Folge (a_n) abschätzen:

Für $n \geq 2$ gilt $a_n = \frac{1}{n^2} \leq \frac{1}{n(n-1)}$ Damit gilt $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^2} \leq \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(n-1)}$

Also ist $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} \leq 1 + \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(n-1)} = 2$ denn es ist $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(n-1)} = 1$ (siehe 401b)

Die Reihe $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(n-1)}$ ist also eine konvergente Majora[illegible].

Nach dem Majorantenkriterium konvergiert daher auc[illegible]e gegebene Reihe.

Das Quotientenkriterium hilft hier nicht, den[illegible] ist

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{\frac{1}{(n+1)^2}}{\frac{1}{n^2}}\right| = \lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{(n+1)^2} = \text{[illegible]}$$

Das Wurzelkriterium hilft auc[illegible]

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{|a_n|} = \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\text{[illegible]}} = \lim_{n\to\infty}\text{[illegible]} = 1$$

denn für de[illegible]xponenten gilt: $\text{[illegible]}\left(-\frac{2}{n}\right) = 0$

(2) Untersuche [illegible]eihe $\sum\text{[illegible]}\frac{\text{[illegible]} + 6n + 1}{2n^3}$ auf Konvergenz.

[illegible] keine S[illegible]e ste[illegible]erlegt man den Bruch in Teilbrüche:

$$a_n == \frac{3n^2 + 6\text{[illegible]}}{2n^3}\text{[illegible]}\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{n} + \text{[illegible]}\frac{1}{n^2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{n^3} > \frac{1}{n}.$$

[illegible]n ist aber $\sum^{\infty}\text{[illegible]}$ [illegible]ie divergente harmonische Reihe und somit eine divergente Mino[illegible]ie gegebene Reihe.

Daher divergiert die gegebene Reihe.

(3) Untersuche auf Konvergenz: $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{3n+1}$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{3n+1} \geq \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{3n+3} = \frac{1}{3}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n+1}$$

Also hat die Reihe eine divergente Minorante. Die Reihe divergiert.

DEMO

DEMO

(4) **Untersuche auf Konvergenz:** $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{3n+1}$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{3n+1} \geq \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3n+3} = \frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1}$$

Also hat die Reihe eine divergente Minorante. Die Reihe divergiert.

Oder so: Weil die Folge $a_n = \frac{n}{3n+1}$ keine Nullfolge ist, divergiert die Reihe.

Oder so: Für $n \geq 1$ ist $\frac{1}{n} \leq$´1, also folgt $a_n = \frac{n}{3n+1} = \frac{1}{3+\frac{1}{n}} \geq \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$

Daher ist $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{3n+1} \geq \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4} =: \sum_{n=0}^{\infty} b_n$

Und ist $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$ eine divergente Minorante, also divergie[illegible]uch die gegebene [illegible]e.

(5) **Untersuche auf Konvergenz:** $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4n+1}$

$$a_n = \frac{1}{4n+1} > \frac{1}{4n+4} = \frac{1}{4(n+1)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{n+1}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4n+1} > \frac{1}{4} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \text{[illegible]}$$

Die Verschiebung d[illegible]ndex um 1 gl[illegible] das Weg[illegible]n der Zahl 1 im Nenner aus.
Am Ende steht [illegible] divergente harmonis[illegible]eihe als Minorante.
Also diverg[illegible] auch die ge[illegible]ene Reihe.

(6) **Zeige mit dem Wu[illegible]riterium, dass [illegible] Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{n}\right)^n$ konvergiert.**

Es sei $a_n = \left(\frac{3}{4} \text{[illegible]}\right)^n$.

[illegible]it dem Wurzelkr[illegible]ium muss man herausfinden, dass für fast alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sqrt[n]{|a_n|} < 1$.

$$\sqrt[n]{|a_n|} = \sqrt[n]{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{n}\right)^n} = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{n}\right)$$

Wann ist [illegible]as < 1? $\frac{3}{4} + \frac{1}{n} < 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{n} < \frac{1}{4} \quad \Leftrightarrow \quad n > 4$

Beispiel: $\frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{15}{20} + \frac{4}{20} = \frac{19}{20}$

Also gilt für $n > 4$: $\sqrt[n]{|a_n|} < 1$

Ergebnis: Die Reihe konvergiert.

(7) Untersuche $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{-2}{n+5}$ auf Konvergenz.

Wegen $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{-2}{n+5}=-\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n+5}\right)$ konvergiert die gegebene Reihe genau dann, wenn $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n+5}$ konvergent ist.

Umformung durch Indexverschiebung:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n+5}=2\cdot\sum_{n=6}^{\infty}\frac{1}{n}=2\cdot\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}-\underbrace{\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)}_{\text{Anfangssumme muss weg}}\right)$$

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ ist die divergente harmonische Reihe , also dive[illegible]ert auch die gegebe[illegible]eihe.

(8) Untersuche die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}$ auf Konverg[illegible]nz.

$a_n=\frac{n}{n^2+1}\geq\frac{n}{n^2+n^2}=\frac{n}{2n^2}=$ [illegible] mit ist [illegible] $\frac{n}{n^2+1}$ [illegible] $\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$

Die letzte Reihe ist [illegible]ivergente h[illegible]nische [illegible]

Nach dem Mino[illegible]enkriterium divergie[illegible]her auch die gegebene Reihe.

(9) Untersuche au[illegible]nve[illegible]nz: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{1+2}$[illegible]

[illegible]sei a_n [illegible] $\frac{2}{\ldots n^2}>0$

Verwendung des[illegible]ajorantenkriteriums: $a_n=\frac{2}{1+2n^2}=\frac{1}{\frac{1}{2}+n^2}\leq\frac{1}{n^2}$

[illegible] $\sum^{\infty}\frac{1}{n^2}$ konv[illegible]ert, ist diese Reihe eine konvergente Majorante.

Also k[illegible]ert auch die gegebene Reihe.

(10) Untersuche auf Konvergenz: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+2}{5n^2-3}$

Man kann n $a_n=\frac{3n+2}{5n^2-3}$ abschätzen: $a_n=\frac{3n+2}{5n^2-3}\geq\frac{3n}{5n^2-3}\geq\frac{3n}{5n^2}=\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{n}$

Nun ist aber $\frac{3}{5}\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ divergent und zudem eine Minorante für die gegebene Reihe.

Also kann diese auch nicht konvergieren.

DEMO